



## **APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A RESOLUÇÃO DE JOB**

**RENATO PENHA**

UNINOVE – Universidade Nove de Julho  
renato.penha@uninove.br

**DIEGO CÉSAR TERRA DE ANDRADE**

UNINOVE – Universidade Nove de Julho  
diego.terra@ifsuldeminas.edu.br

**DANIEL REED BERGMANN**

Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade - USP  
prof.drb@gmail.com

**ALEXANDRE ALCANTARA MESQUITA**

Fundação Getúlio Vargas  
alexandremesquita2008@gmail.com



## APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A RESOLUÇÃO DE *JOB SHOP PROBLEM* EM AMBIENTE DE DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE

### Resumo

O problema de alocação e concorrência de recursos em projetos está associado ao Job Shop Problem (JSP). O propósito deste trabalho é analisar as contribuições de modelos matemáticos para a resolução de JSP. O alto grau de interdependência, incerteza e risco dos projetos de desenvolvimento de software asseveram a relevância do estudo dos modelos matemáticos em busca da solução do JSP. Este artigo é de origem qualitativa, onde foram analisadas as características de aplicação de três modelos matemáticos para solução de JSP inseridos em ambiente de desenvolvimento de software. O entendimento dos modelos contribui para que as empresas minimizem os problemas de alocação e concorrência de recursos em seus projetos. Os resultados demonstram que cada modelo possui características de aplicação distintas de aplicação ao tratamento de JSP.

**Palavras-chave:** concorrência de recursos em projetos. *job shop problem*. modelos matemáticos. desenvolvimento de software.

### Abstract

The problem of allocation and competition for resources projects is associated with the Job Shop Problem (JSP). The purpose of this paper is to analyze the contributions of mathematical models for solving JSP. The high degree of interdependence, uncertainty and risk of software development projects assert the relevance of the study of mathematical models in search of solution to the JSP. This article is a qualitative origin, where we analyzed the characteristics of application of three mathematical models for JSP solution inserted into the software development environment. The understanding of the models helps companies minimize the problems of resource allocation and competition in their projects. The results demonstrate that each model has different characteristics for applying to the processing of JSP application.

**Keywords:** competition for resources projects. *job shop problem*. mathematical models. software development.



## 1 Introdução

Uma tarefa complexa na gestão de projetos é a alocação de recursos em atividades. A disponibilidade de recursos impacta diretamente na definição de prazo e de custo. O grande desafio surge quando os diferentes projetos demandam ou concorrem por uma quantidade limitada de um mesmo recurso ou de um recurso que apresenta dificuldades em termos de substituição. Um dos benefícios em se utilizar de forma potencializada os recursos é a sua liberação o mais rápido possível para alocação em outros projetos, garantindo o cumprimento dos prazos e dos custos.

A composição do *Job Shop Problem* (JSP) é considerado por Nowicki e Smutnicki (1996) como um problema de otimização de fator combinatorial e de complexidade NP-completo (Lagewag, Lenstra e Rinnoy Kan, 1979). O JSP foi descrito por French (1982) como um conjunto de atividades e de recursos, onde cada atividade é determinada por uma sequência de operações. Cada operação está associada a um recurso por um tempo determinado e uma vez iniciada, a operação não pode ser interrompida. Dadas as suas características, a ocorrência de JSP é comum na indústria de desenvolvimento de software (Pressman 2006), marcado pela produção sob encomenda, foco no desenvolvimento e ênfase no ciclo de vida do produto. As atividades a depender de sua complexidade, novidade, ritmo e ou urgência (Shenhar; Dvir, 2010) e podem exigir o emprego de uma quantidade limitada de recursos humanos (Laslo, 2010). A concorrência ou limitação dos recursos pode apresentar cenários de JSP.

A possibilidade de atraso nas atividades ocorre por falta de definição e implantação de métodos que orientem a tomada de decisões em relação à alocação dos recursos nas atividades (Laslo, 2010). O problema de alocação de recursos causados pelo JSP tem sido estudado por diversos autores e sua resolução sugerida através de modelos matemáticos (Nowicki e Smutnicki, 1996). Devido ao alto nível de complexidade de resolução do JSP, Lagewag, Lenstra e Rinnoy Kan (1979) definiram que modelos matemáticos usados para resolução do JSP podem ter comportamentos diferentes em busca da melhor solução. Alguns modelos possuem melhor desempenho em problemas de pequena dimensão, enquanto outros possuem melhor desempenho em problemas de grande dimensão. Dentro desse contexto, este trabalho busca responder a seguinte questão de pesquisa: “Como os modelos matemáticos podem ser aplicados para a resolução de JSP em ambiente de desenvolvimento de software?”. Nesse sentido, o objetivo deste artigo é analisar as contribuições de três modelos matemáticos para a resolução de JSP inseridos em ambiente de desenvolvimento de software.

Este estudo é de origem qualitativa. A questão de pesquisa é abordada por meio de um estudo exploratório com o objetivo de apresentar as contribuições de três modelos matemáticos para o tratamento e resolução de JSP em projetos de desenvolvimento de software. Os modelos analisados foram propostos por Cruz *et al.* (2013), Carvalho, Yamakami e Bonfim (2013) e Laslo (2010). Este trabalho avaliou as contribuições de cada modelo na busca da solução dos problemas causados pelo JSP em ambiente de desenvolvimento de software. Os resultados contribuem para que as empresas de desenvolvimento de software identifiquem o modelo matemático mais aderente a ser utilizado no tratamento de JSP de seus projetos.

Na próxima seção, será apresentada a revisão da literatura sobre JSP e de modelos matemáticos para tratamento ao JSP. Na seção seguinte, serão abordados os procedimentos metodológicos. Em seguida, serão apresentados os resultados de cada modelo matemático utilizado e suas principais características de tratamento ao JSP. Por fim, o artigo é concluído, apresentado às limitações do estudo e as indicações para pesquisa futura.



## 2 Revisão da Literatura

### 2.1 Job shop problem (JSP)

Problemas relacionados à alocação de recursos em projetos, com o objetivo de executar um conjunto de tarefas no tempo (Baker, 1974), possuem soluções complexas e de grandes desafios computacionais. As ferramentas utilizadas para alocação de recursos em projetos, como o gráfico de Gantt, o CPM (*Critical Path Method*) e o método PERT (*Program Evaluation and Review Technique*) podem apresentar limitações quando aplicadas a mais de um projeto (Mendes, 2003). As limitações ocorrem por assumirem que os recursos disponíveis da organização são ilimitados e aplicados a somente um projeto.

O grande desafio da alocação de recursos é definir a relação de precedência entre as atividades e o tempo total de espera de alocação de um determinado recurso. Laslo (2010) define que a restrição de recursos de uma organização e a necessidade de redução de prazo das atividades pode acarretar em concorrência por um determinado recurso. A busca interna da organização pela melhor alocação dos recursos em um determinado conjunto de tarefas com a finalidade de aumentar o desempenho dos projetos, caracteriza a existência do JSP (Jain e Meeran, 1999).

O problema clássico de JSP é caracterizado por Nowicki e Smutnicki (1996) como um determinado valor  $n$  atividades e  $m$  recursos, onde cada atividade é processada em uma sequência específica de recursos. Todos os recursos são diferentes e suas velocidades de processamento são constantes. O ambiente de JSP clássico é marcado por um conjunto de restrições (Guimarães, 2007; Adams, Balas e Zawack, 1988): (i) uma única atividade deve ser alocada uma única vez; (ii) cada atividade pode ser alocada em qualquer recurso; (iii) um recurso poderá executar uma única atividade por vez; (iv) um recurso só poderá ser liberado quando a atividade atual for finalizada e (v) somente alocar um recurso de mesmo tipo de operação. A formulação do problema de JSP contido nas restrições acima é representada por  $n|M|j =$  para todo  $j$ . A Figura 1 representa um problema clássico de JSP de dimensão  $3 \times 4$  (3 recursos e 4 atividades), onde cada valor corresponde ao tempo da atividade de cada tarefa executada por cada recurso.

		$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$
$J_1$	$O_{1,1}$	1	4	5	8
	$O_{2,1}$	7	5	6	5
$J_2$	$O_{1,2}$	2	5	6	2
$J_3$	$O_{1,3}$	12	5	4	7
	$O_{2,3}$	5	6	3	5
	$O_{3,3}$	2	4	12	5

Figura 1 – Modelo *job shop problem* clássico de dimensão  $3 \times 4$

Fonte: Guimarães (2007, p. 66)

Os problemas causados pelo JSP são considerados de otimização combinatória, compostos por fatores combinatoriais e de alta complexidade de solução (Nowicki e Smutnicki, 1996; Lagewag, Lenstra e Rinnoy Kan 1979; Laslo, 2010). A solução para este problema pode ser representada através da utilização de uma lista de sequenciamento das atividades, respeitando as regras de formulação de JSP. Uma possível solução para o problema apresentado na Figura 1 é apresentada na Figura 2.



## III Simpósio Internacional de Gestão de Projetos (III SINGEP) II Simpósio Internacional de Inovação e Sustentabilidade (II S2IS)

$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_6$	$T_7$	$T_8$
(1,1,4,1)	(1,2,2,1)	(2,2,1,2)	(2,1,4,1)	(3,2,2,2)	(3,1,1,3)	(1,3,3,3)	(2,3,4,1)

**Figura 2 – Solução para um *job shop problem* clássico de dimensão 3x4**  
**Fonte: Guimarães (2007, p. 66)**

Problemas relacionados ao sequenciamento das atividades podem ocorrer em ambientes de desenvolvimento de software (Presmann, 2006). Sequenciar atividades significa efetuar a ordenação das tarefas com o objetivo de maximizar ou minimizar uma determinada função relacionada ao custo ou ao tempo de um projeto. Geralmente esses problemas envolvem atividades que devem ser completadas levando-se em consideração metas em relação a prazo e, às vezes, em relação a custos (Muniz, 2009). As atividades, de acordo com Galway (2004) e Daneshkhah (2004), podem ser particionadas em atividades que necessitam serem executadas por determinados recursos em uma determinada ordem. A ordem de execução das atividades pode causar restrição ou concorrência em relação à alocação de recursos. A busca pela maximização ou minimização das restrições relativas ao prazo, custos e alocação de recursos em projetos, caracteriza a presença de JSP em ambiente de desenvolvimento de software.

Ambientes caracterizados por problemas de JSP são considerados grandes desafios para serem solucionados computacionalmente (Martin e Shmoys, 1996). De acordo com Pacheco e Santoro (1999), não existe um algoritmo matemático eficiente capaz de garantir a solução ideal para os problemas de JSP. Fattahi *et al.* (2006) assevera que os problemas de JSP são considerados ainda um dos mais difíceis problemas de otimização combinatória a serem resolvidos em ambientes de desenvolvimento de software.

### 2.2 Modelos matemáticos para solução de JSP

A solução para otimização de recursos em JSP é proposta por meio do uso de modelos matemáticos (Lagewag, Lenstra e Rinnoy Kan, 1979). Para a realização do cálculo da solução, é levado em consideração à dimensão do problema causado pelo JSP. Modelos de JSP de dimensão até 10 x 10 (atividades x recursos) são classificados como modelos de JSP de pequena dimensão. Modelos de JSP superiores a 10 x 10 são denominados de grande dimensão (Gonçalves, Mendes e Resende, 2004). Os modelos matemáticos compostos por algoritmos otimizantes são considerados computacionalmente viáveis quando estes são aplicados a problemas de JSP de pequena dimensão. Para problemas considerados de grande dimensão, deve-se utilizar uma solução matemática por meio do uso de métodos heurísticos, obtendo como resultado um tempo computacional aceitável (Pacheco e Santoro, 1999).

Os modelos matemáticos para solução de JSP são compostos por um conjunto de dados e estabelecidos através de testes de hipóteses. Siegel e Castellan (2006) definiram que testes de hipóteses se dividem em testes paramétricos e testes não paramétricos. Testes paramétricos são aqueles que utilizam os parâmetros da distribuição ou valores estimados para estabelecer o cálculo de sua estatística. São mais rigorosos, possuem mais pressuposições para sua validação e são caracterizados pelo fato da variável estudada ter distribuição normal ou aproximação normal. Em contrapartida, os testes não paramétricos utilizam para os cálculos de sua estatística pontos atribuídos aos dados ordenados. São livres da distribuição de probabilidades dos valores em questão e não têm exigências quanto ao conhecimento da distribuição da variável na população (Callegari-Jacques, 2003).



### **2.3 Características de uso de modelos matemáticos paramétricos**

Modelos matemáticos paramétricos são marcados pelo uso de técnicas genéricas na busca de soluções para problemas combinatoriais, exceto os modelos que utilizam algoritmos eficientes (Pacheco e Santoro 1999). Algoritmo eficiente possui o tempo de execução em busca da solução ótima para o problema através de uma função polinomial em relação ao tamanho do problema. Técnicas genéricas são consideradas procedimentos enumerativos que não abordam ou utilizam de alguma característica de informação específica do problema em prol da busca da solução do problema (Muniz, 2009).

Os modelos paramétricos podem ser utilizados na busca de solução de problemas de escalonamento, ficando restritos à dimensão do modelo de JSP. O tempo computacional para a utilização de algoritmos exatos em busca da solução ótima do problema cresce exponencialmente em relação ao crescimento da dimensão do modelo JSP (Vasconcelos, 2007). Resolver problemas de modelos JSP de grandes dimensões pode inviabilizar o uso de abordagem computacional através de modelos matemáticos paramétricos.

### **2.4 Características de uso de modelos matemáticos não paramétricos**

Modelos matemáticos não paramétricos são modelos que proporcionam uma boa solução para o problema de escalonamento causado pelo JSP. Os modelos não têm como objetivo encontrar a solução ótima para o problema, mas encontrar uma solução rápida a ser executada em tempo computacionalmente adequado (Pacheco e Santoro, 1999).

Os modelos não paramétricos utilizam duas estratégias: (i) utilização da heurística de passo único (construção da sequência e a programação da solução executados de uma única vez, sem considerar as alternativas possíveis), (ii) utilização da heurística de busca (exploração de um subconjunto de possíveis soluções para o problema). Os modelos heurísticos de passo único, assim como os modelos heurísticos de busca, possuem capacidade de centralizar a sequência das operações dos problemas nos gargalos atuais existentes.

São modelos baseados em regras empíricas e permitem o avanço para outra solução mais aperfeiçoada. São considerados modelos de busca inteligentes em relação ao processo de tomada de decisão. Devem ser utilizados quando o uso de equações matemáticas torna-se impraticável ou quando o tempo na busca da solução for dispendioso (Pacheco e Santoro, 1999).

### **2.5 Características de uso de modelos matemáticos não paramétricos baseado em algoritmos genéticos**

Algoritmos genéticos são conhecidos como algoritmos adaptativos, que podem ser utilizados para resolverem problemas relacionados à otimização de operações (Gonçalves, Mendes e Resende, 2004). Possuem como característica o processo de seleção natural para acercar uma gama de problemas. São considerados algoritmos robustos e de fácil adaptação. São capazes de progredir as soluções para os problemas do mundo real, incluindo os problemas de otimização (Pacheco e Santoro, 1999).

A estrutura e funcionamento de algoritmos genéticos são apresentados por Pacheco e Santoro (1999) como um critério de seleção resultante de muitas iterações sobre o conjunto de dados. Nesse modelo, o conjunto inicial de dados gera dados mais aptos para a solução do problema. O objetivo é escolher preferencialmente dados com maiores notas de aptidão a fim de manter a diversidade da amostra. Um método de seleção muito utilizado é o Método da Roleta, onde indivíduos de uma geração são escolhidos para fazer parte da próxima geração, através de um sorteio de roleta, demonstrado na Figura 3.



### Algoritmo Genético

```
{  
  Gerar população inicial Pt  
  Avaliar população Pt  
  Enquanto critério de parada não satisfeito Repetir  
  {  
    Selecionar elementos de Pt para copiar em Pt + 1  
    Cruzar elementos de Pt e colocar em Pt + 1  
    Transformar elementos de Pt e colocar em Pt + 1  
    Avaliar nova população Pt + 1  
    Pt = Pt + 1  
  }  
}
```

Figura 3 – Exemplo de algoritmo genético

Fonte: Adaptado de Gonçalves, Mendes e Resende (2002, p. 5)

### 2.6 O uso computacional de modelos matemáticos na solução do JSP

A solução para os problemas de escalonamento consiste em efetuar a melhor distribuição das atividades e recursos ao longo do tempo. Em se tratando de JSP, Ahmed *et al.* (2004) apontam que uma das mais complicadas tarefas é a alocação ótima de recursos. O objetivo é a busca de um algoritmo para se efetuar a otimização do uso de recursos. Devido à utilização de vários recursos em um ou mais projetos, a elaboração de uma solução para o JSP se torna complexa e de difícil (Müller, Rodrigues e Gómez, 2006).

Os problemas de otimização provocados pelo JSP são grandes desafios a soluções computacionais. Não existe um algoritmo eficiente que garanta a obtenção da solução ótima em tempo polinomial (Baker, 1974). A maioria dos problemas causados pelo JSP é de difícil resolução devido à sua natureza complexa e composta em sua formulação. A complexidade para a solução também é discutida por Reeves (1994), apontando que os problemas de otimização combinatória são problemas onde se busca encontrar um arranjo de variáveis de decisão, representadas por objetos discretos, em que a solução encontrada represente a solução ótima ao problema proposto.

Modelos matemáticos paramétricos resultam na busca da solução ótima. São modelos com boa eficácia em problemas de pequena dimensão. Modelos não paramétricos procuram boas soluções, não necessariamente a ótima e com um tempo computacional aceitável (Reeves, 1994).

### 3 Métodos

Este estudo é de caráter qualitativo, descrevendo as contribuições de três modelos matemáticos para solução de JSP em ambientes de desenvolvimento de software. Foi utilizado como unidade de análise, indicadores de aderência de cada modelo em relação ao tratamento da solução para o JSP. O tipo de pesquisa adotado foi a pesquisa exploratória.

A pesquisa exploratória permite uma melhor compreensão do problema a ser estudado, o entendimento e o inter-relacionamento de suas variáveis, a decomposição e ou estratificação de fases necessárias para sua solução. A pesquisa exploratória permite o levantamento e análise de informações disponíveis associadas a um problema. Tem como principal objetivo identificar as informações referentes a um determinado assunto, delineando o campo de estudo e identificando as condições do objeto em estudo (Gil 2006; Vergara 2013).

A questão de pesquisa é abordada por meio da apresentação das contribuições dos modelos matemáticos para a solução do problema de JSP. Os modelos matemáticos utilizados



## III Simpósio Internacional de Gestão de Projetos (III SINGEP) II Simpósio Internacional de Inovação e Sustentabilidade (II S2IS)

foram: Cruz *et al.* (2013), Carvalho, Yamakami e Bonfim (2013) e Laslo (2010). Os modelos foram selecionados levando em consideração o tipo de algoritmo utilizado (paramétrico ou não paramétrico), o comportamento (relativo à dimensão do problema de JSP) e o tempo computacional utilizado na busca da solução do problema de JSP.

Os modelos matemáticos foram analisados para o entendimento dos parâmetros utilizados por cada modelo e suas respectivas contribuições para a resolução do problema de JSP. Para a identificação e avaliação das contribuições de cada modelo, foram criados os seguintes indicadores de aderência ao JSP, a partir dos requisitos de seleção dos modelos, demonstrados no Quadro 1.

Em relação aos fins e aos meios da pesquisa, foi empregado o uso de análise documental com o objetivo de procurar descrever as características de cada modelo matemático. A análise foi feita por meio de pesquisa bibliográfica de artigos científicos publicados na base de dados *Web of Science*. A pesquisa descritiva permite expor as características de uma determinada população, sem a obrigação de explicar os possíveis fenômenos que a descreve. A pesquisa bibliográfica é considerada um estudo sistematizado com base em material publicado em revistas, jornais e rede eletrônica (Vergara 2013).

**Quadro 1 – Indicadores de aderência ao JSP**

Indicador	Descrição
dimensão	tamanho da dimensão do modelo de JSP, expresso por: (quantidade de tarefas x quantidade de recursos)
processamento	tempo de processamento computacional e espaço para armazenamento dos dados utilizados para cada cálculo
escalonamento	tratamento de cada modelo em relação à priorização da data de entrega e atraso das atividades
custos	estimativa para o tratamento do custo por tarefa em relação ao custo total
características	tipo de modelo matemático usado e seu comportamento em relação ao JSP e as particularidades da utilização do modelo para uso em ambiente de desenvolvimento de software

**Fonte: Elaborado pelos autores.**

Foram apresentadas as principais características de cada modelo matemático em relação ao tratamento do JSP. Para responder a questão de pesquisa, foi elaborado um quadro com as contribuições de cada modelo em relação aos indicadores de aderência de tratamento de JSP.

### 4 Resultados

Laslo (2010), Cruz *et al.* (2013) e Carvalho, Yamakami e Bonfim (2013) apresentam modelos matemáticos em busca da solução do JSP. Cada modelo possui características distintas em relação ao tratamento do JSP. A distinção entre os modelos ocorre pelo tipo de algoritmo matemático usado, o desempenho do modelo em relação à dimensão do modelo de JSP e o tempo computacional utilizado em busca da solução.

#### 4.1 Modelo proposto por Laslo (2010)

O modelo proposto por Laslo (2010) é caracterizado pelo uso de modelo matemático paramétrico. O modelo tem como objetivo efetuar o cálculo da melhor solução ótima para o problema de JSP baseado no processo de otimização de recursos. Para isso utiliza transferências desses recursos para determinados projetos por um período de tempo pré-determinado, obtendo assim melhores resultados no processo de alocação.



## III Simpósio Internacional de Gestão de Projetos (III SINGEP) II Simpósio Internacional de Inovação e Sustentabilidade (II S2IS)

O número de variáveis utilizadas pelo modelo de Laslo (2010) é compatível com a rede PERT e ao método CPM tradicional, sendo aderente ao tratamento de alocação de recursos em atividades. O uso das variáveis permite a descrição de todos os aspectos do projeto relacionados à duração das atividades, a data de liberação e custo direto associado ao emprego do recurso por período de tempo.

O modelo trata o custo associado ao não cumprimento do prazo das atividades. Utiliza para a solução, a data da contratação do recurso em diferentes projetos. Caso o prazo das atividades sofra alterações em relação à alocação de recursos, o modelo prioriza a minimização dos custos associados ao tempo de ociosidade do recurso.

Laslo (2010) define que seu modelo possui resultados eficazes quando utilizado em modelos de JSP de pequena dimensão. Dadas as variáveis e as características matemáticas do modelo, Laslo (2010) propõe a otimização de recursos utilizando o uso de seu modelo através de procedimentos de simulação computacional em busca da solução do JSP.

### 4.2 Modelo proposto por Cruz *et al.* (2013)

O modelo de Cruz *et al.* (2013) faz uso de um modelo matemático não paramétrico em busca da solução do JSP. O modelo utiliza duas técnicas para o cálculo da melhor solução. A primeira técnica é utilizada de forma randômica, onde cada atividade a ser alocada para um determinado recurso é escolhida de forma aleatória. A segunda técnica utiliza uma regra baseada no maior tempo de processamento entre o conjunto de atividades candidatas a serem utilizadas. O objetivo do modelo é a minimização dos custos decorrentes do tempo de atraso da atividade em relação a sua data de entrega.

O primeiro passo para a realização do cálculo proposto pelo modelo de Cruz *et al.* (2013) é a construção inicial de uma possível solução para o problema de JSP. Na sequência, esta solução é refinada através do uso de uma estrutura auxiliar de dados. A estrutura auxiliar armazena informações importantes que são utilizadas durante a execução do algoritmo e tem como objetivo fornecer um método rápido de avaliação da solução. A avaliação é feita através do número máximo de iterações entre o conjunto possível de soluções processadas no algoritmo. A iteração em busca da solução pelo algoritmo é interrompida quando não há mais melhoras no processamento da solução corrente.

O segundo passo do cálculo é a escolha do maior tempo de processamento para a solução corrente. É escolhida a atividade candidata que possui o maior tempo de execução entre o conjunto de atividades disponíveis. Primeiro as atividades são organizadas utilizando o critério de seleção, o recurso onde serão alocados. Em seguida são ordenadas em ordem decrescente de tempo de processamento. Na etapa final, as atividades são encaminhadas para os recursos correspondentes.

O uso da estrutura de dados serve como apoio no processo de avaliação do algoritmo. A estrutura é utilizada como base de dados estatística para cálculos futuros. A base estatística tem como objetivo minimizar esforços computacionais na execução de soluções futuras para o tratamento de JSP.

Cruz *et al.* (2013) apontam algumas limitações do uso do modelo de forma computacional. O modelo não permite que o algoritmo seja executado em multiprocessamento. Dessa forma, apenas uma solução do problema é processada por vez. Os algoritmos auxiliares utilizados, tanto na busca da randômica da atividade quanto no cálculo do tempo de execução, são considerados complexos e a sua codificação requer alto conhecimento em linguagem computacional. Outro fator importante de limitação é o fato de o algoritmo matemático só ser validado em modelo de JSP de pequena dimensão.



#### 4.3.2 Modelo proposto por Carvalho, Yamakami e Bonfim (2013)

O modelo proposto por Carvalho, Yamakami e Bonfim (2013) é um modelo matemático não paramétrico com utilização de algoritmo genético. O modelo tem como objetivo minimizar o tempo total gasto entre o início da primeira e o término da última atividade. Para executar este processo, o modelo apresenta três restrições: a sequência de processamento das atividades corresponde a uma ordem pré-determinada; somente uma tarefa é executada por vez e que assume que todas as atividades sejam executadas.

O modelo pressupõe situações onde o tempo de uma atividade a ser calculada na busca da solução não possui o seu tempo de processamento conhecido. Para minimizar esse tempo e aproximar o problema mais próximo da realidade, o modelo faz uso de um algoritmo baseado em lógica *fuzzy*. A lógica *fuzzy* é um meio de aproximar a precisão da matemática clássica à inexatidão do mundo real (Zadeh, 1965).

O problema de escalonamento é tratado pelo modelo através do cálculo do caminho crítico (caminho total das atividades sem tempo de folga entre elas) do conjunto de todas as atividades em busca da solução. O caminho entre as atividades é selecionado através do uso do algoritmo de lógica *fuzzy*. O objetivo desse processo é minimizar o cálculo do caminho entre as atividades. Como o tempo de processamento das atividades são considerados parâmetros com incertezas, os números *fuzzy* são gerados com o propósito de estabelecer a ordem de processamento das atividades x recursos.

O algoritmo genético é responsável por selecionar a melhor atividade entre todas as atividades utilizadas em busca da solução do problema. A atividade só é aceita pelo algoritmo se o seu uso melhorar a qualidade da solução corrente. Caso contrário a atividade é descartado e outra atividade será atribuída em busca da solução corrente.

O desempenho do modelo em uso computacional é considerado satisfatório para todos os modelos de JSP. O uso do algoritmo genético e do algoritmo de lógica *fuzzy* garante a agilidade do modelo em busca da solução ótima para problemas JSP de grande dimensão ou de alta complexidade. A limitação ocorre para modelos de JSP de pequena dimensão. O modelo possui o mesmo comportamento em busca da solução em todos os modelos de JSP. Para problemas de pequena dimensão, o esforço computacional é alto, tornando o tempo de processamento dispendioso.

#### 4.4 Características dos modelos matemáticos em relação ao tratamento do JSP

A partir da apresentação dos modelos matemáticos descrita anteriormente, a Figura 3 apresenta as principais características de cada modelo em relação à solução de JSP.

Modelo Matemático	Características
Laslo (2010)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelo matemático paramétrico</li> <li>• Solução baseada na otimização de recursos</li> <li>• Minimização dos custos associados ao desvio do prazo de atividades</li> <li>• Transferência de recursos em diversos projetos por um período pré-determinado em busca da melhor solução</li> <li>• As características das variáveis utilizadas no algoritmo matemático são viáveis para uso computacional</li> <li>• Possui melhor desempenho com modelos JSP de pequena dimensão</li> </ul>
Cruz <i>et al.</i> (2013)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelo matemático não paramétrico</li> <li>• Solução baseada em uma técnica de escolha randômica das atividades e outra seguindo a regra do maior tempo</li> </ul>



## III Simpósio Internacional de Gestão de Projetos (III SINGEP) II Simpósio Internacional de Inovação e Sustentabilidade (II S2IS)

	<p>de processamento</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Uso de estrutura auxiliar de dados armazenados em busca da solução e como uso de base estatística para novas soluções</li> <li>• Algoritmo testado com modelos JSP de pequena dimensão</li> <li>• Objetivo minimizar os custos decorrentes do tempo de atraso da atividade em relação a sua data de entrega</li> </ul>
Carvalho, Yamakami e Bonfim (2013)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelo matemático não paramétrico com uso de algoritmo genético</li> <li>• Solução com a finalidade de encontrar o melhor escalonamento de recursos</li> <li>• Solução baseada em minimizar o tempo total de escalonamento de recursos nas atividades com o uso de lógicas <i>fuzzy</i></li> <li>• Possui comportamento computacional aceitável para modelos JSP de pequena dimensão e ótimo desempenho para modelos JSP de grande dimensão</li> </ul>

**Figura 3- Modelos matemáticos utilizados suas principais características**

**Fonte: Elaborado pelos autores**

A Figura 4 demonstra os modelos propostos por Laslo (2010), Cruz *et al.* (2013) e Carvalho, Yamakami e Bonfim (2013) e suas respectivas características de uso em relação aos indicadores de aderência ao tratamento do JSP em ambiente de desenvolvimento de software.

Indicador		Laslo (2010)	Cruz <i>et al.</i> (2013)	Carvalho, Yamakami e Bonfim (2013)
dimensão	pequena (até 10x10)	recomendado	recomendado	desempenho razoável
	alta (maior que 10x10)	não é recomendado	não é recomendado	recomendado
processamento	tempo estimado	não é especificado	o grande volume de iterações por solução requer maior tempo de processamento	otimizado pelo uso de algoritmo com lógica <i>fuzzy</i>
	volume de dados armazenados	não armazena dados	armazena informações de soluções anteriores como base estatística para novas soluções.	não armazena dados
escalonamento	priorização da data de entrega	não permite	realizado atividade a atividade	leva em conta o tempo total de escalonamento de



				recursos
	atraso das atividades	cálculo do atraso total minimizando a ociosidade dos recursos	cálculo do atraso da atividade em relação ao tempo de entrega	busca o melhor escalonamento de recursos para evitar o atraso das atividades
custos	por atividade	associado ao emprego do recurso por período e por unidade de tempo em atraso	não especificado	não especificado
	total	calculado pelo tempo total em atraso	calculado pelo tempo total em atraso	calculado pelo tempo total em atraso
características	modelo matemático	paramétrico de solução ótima com uso de programação dinâmica para exercício de minimização	não paramétrico com uso de base histórica estatística	não paramétrico com uso de algoritmo genético e algoritmo com lógica <i>fuzzy</i>
	uso computacional	o número excessivo de equações e variáveis utilizados pelo algoritmo requer bom conhecimento computacional	o uso de base histórica estatística torna mais simples a modelagem computacional	o uso de algoritmo genético e algoritmo com lógica <i>fuzzy</i> torna mais simples a modelagem computacional

**Figura 4- Características dos modelos matemáticos em relação aos indicadores de aderência ao tratamento do JSP**

**Fonte: Elaborado pelos autores**

## 5 Discussão e Considerações Finais

O grande desafio das empresas em efetuar a melhor distribuição das atividades aos recursos visando aperfeiçoar o desempenho está associado ao JSP (French, 1982). Essa tarefa é considerada complexa (Nowicki e Smutnicki, 1996; Lagewag, Lenstra e Rinnoy Kan, 1979) e sua existência é comum na indústria de desenvolvimento de software (Pressman 2006). São avaliados como grandes desafios para serem solucionados computacionalmente (Martin e Shmoys, 1996) e a sua solução é feita através do uso de modelos matemáticos (Lagewag, Lenstra e Rinnoy Kan, 1979). É apontado por Fattahi *et al.* (2006) como um dos um dos mais difíceis problemas de otimização combinatória a serem resolvidos em ambientes de desenvolvimento de software.

Com o objetivo de responder a questão de pesquisa “Como os modelos matemáticos podem ser aplicados para a resolução de JSP em ambiente de desenvolvimento de software?”, o presente trabalho procurou avaliar as contribuições dos modelos propostos por Laslo (2010),



## III Simpósio Internacional de Gestão de Projetos (III SINGEP) II Simpósio Internacional de Inovação e Sustentabilidade (II S2IS)

Cruz *et al.* (2013) e Carvalho, Yamakami e Bonfim (2013) para tratamento ao JSP em ambiente de desenvolvimento de software. Os modelos foram selecionados levando em consideração o tipo de algoritmo utilizado, o comportamento de cada modelo em relação à dimensão do problema JSP e o tempo computacional utilizado na busca da solução do problema.

Para identificar a aderência de uso em relação ao JSP, foram criados indicadores com o objetivo de compreender as características e as contribuições de cada modelo. Cada modelo abordado neste estudo possui suas características próprias em relação ao tratamento ao JSP, devido ao modelo matemático utilizado e principalmente em relação ao tipo de algoritmo usado para a resolução do problema de otimização de recursos.

A dimensão do problema de JSP é um fator relevante que deve ser levado em conta em relação ao algoritmo do modelo a ser utilizado. Modelos matemáticos paramétricos possuem bom desempenho para problemas de JSP de pequena dimensão. Para grandes dimensões, modelos matemáticos não paramétricos são os mais indicados.

O uso computacional tem seu esforço medido através do algoritmo utilizado pelo modelo matemático. Modelos com grandes números de equações e variáveis, comuns em modelos paramétricos, requerem maiores conhecimentos computacionais que modelos matemáticos não paramétricos.

Esta pesquisa teve como objetivo avaliar os modelos matemáticos propostos por Laslo (2010), Cruz *et al.* (2013) e Carvalho, Yamakami e Bonfim (2013) e suas respectivas contribuições para resolução de *Job Shop Problem* em ambiente de desenvolvimento de software. Este trabalho não teve o propósito de eleger o melhor modelo para resolução de JSP. Para essa conclusão, é interessante a realização de pesquisas com uso de simulações numéricas com o objetivo de comparar os resultados gerados para cada modelo. Pacheco e Santoro (1999) definem que um modelo matemático mais adequado para tratamento do JSP seria baseado na união dos modelos exato e heurístico, juntando as melhores técnicas entre ambos na busca da melhor solução ótima.

Como sugestão para trabalhos futuros destaca-se a realização de pesquisas relacionando a aplicação dos modelos propostos por Laslo (2010), Cruz *et al.* (2013) e Carvalho, Yamakami e Bonfim (2013) em relação à aderência de outros indicadores. Entende-se também como relevante uma análise comparativa através da utilização de outros modelos de otimização para a resolução do problema de JSP em projetos.

### Referências

- Adams, J.; Balas, E.; Zawack, D. (1988). The shifting bottleneck procedure for job shop scheduling. *Management Science*, v. 34, n. 3, p. 391-401.
- Ahmed, P.; Moghaddam, R. T.; Jolai, F.; Vaziri, F. (2004). Solving stochastic job shop scheduling problems by a hybrid method. *University of Wolverhampton*.
- Akers, S. B. (1956). Letter to the Editor - A Graphical Approach to Production Scheduling Problems. *Operations Research*, v. 4, n. 2, p. 244-245.
- Arto, K.; Martinsuo, M.; Aalto, T. (2001). Project portfolio management: strategic management through projects. *Project Management Association Finland*, Finland.
- Ballard, D., Brown, C. (1982). *Computer vision*, New Jersey: Prentice-Hall.
- Baker, K. R. (1974). *Introduction to sequencing and scheduling*. Canada: John Wiley and Sons Inc.
- Boehm, B. (1988). A spiral model of software development and enhancement. *IEEE Software*, vol. 21, p. 61-72.
- Boehm, B. (1990). Software risk management: principles and practices. *IEEE Software*, vol. 8, p. 32-41.



## III Simpósio Internacional de Gestão de Projetos (III SINGEP) II Simpósio Internacional de Inovação e Sustentabilidade (II S2IS)

- Boehm, B.; Demarco, T. (1997). Software risk management. *IEEE Software*, p. 17-19.
- Cruz, R. C.; Lourenço, H. R.; Coelho, V. N.; Souza, M. J. F.; Grasas, A. (2013). TWTJSSP-ILS: Um Algoritmo Heurístico para Resolver o Problema Job-Shop Scheduling com Penalidade pelo Tempo de Atraso. *XLV Brazilian Symposium of Operational Research*.
- Daneshkhan, A. R. (2004). Psychological aspects influencing elicitation of subjective probability. *The University Of Sheffield*. August.
- Fairley, R. (1994). Risk management for software's projects. *IEEE Software*. p 54-66.
- Fattahi, P.; Mehrabad, M. S.; Aryanezhad, M. B. (2006). An algorithm for multi-objective job shop scheduling problem. *Journal of Industrial Engineering International*, Vol. 2006, N. 3, p. 43-53.
- French, S. (1982). *Sequencing and scheduling: an introduction to the mathematics of the job-shop*. Chichester: Ellis Horwood.
- Galway, L. A. (2004). *Risk Analysis for Complex Projects*, RAND Corporation (WR-112).
- Gil, A. C. (2006). *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4.a edição, Editora Atlas, São Paulo.
- Golenko-Ginzburg, D.; Laslo, Z. (2004). Chance constrained oriented dispatching rules for flexible job shop scheduling. *Computer Modelling & New Technologies*, Vol.8, N. 2, p. 14-18.
- Gonçalves, J.F.; Mendes, J. J. M.; Resende, M.G.C. (2004). A hybrid genetic algorithm for the Job Shop Scheduling Problems. *European Journal of Operational Research*.
- Gonçalves, J.F.; Beirão, N.C. (1999). Um algoritmo genético baseado em chaves aleatórias para sequenciamento de operações. *Revista Associação Portuguesa de Desenvolvimento e Investigação Operacional*, Vol. 19, p. 123-137.
- Guimarães, K. F. (2007). Escalonamento genético FJSP com tempo de configuração dependente da sequência. 2007. 118 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, Universidade Federal de Uberlândia, Minas Gerais.
- Jain, A. S.; Meeran, S. (1999). Deterministic job-shop scheduling: past, present and future. *European Journal of Operational Research*, v. 113, p. 390–434.
- Kerzner, H. (2009). *Project management: A systems approach to planning, scheduling and controlling*. Tenth Edition. ed. New York: John Wiley and Sons.
- Kusiak, A.; Chow, W. (1987) Efficient solving of the group technology problem. *Journal of Manufacturing*, p. 117-124.
- Lagewag, B. J.; Lenstra, J. K.; Rinnooy Kan, A. H. G. (1979). Job shop scheduling by implicit enumeration. *Management Science*, vol. 24, p. 441-450.
- Laslo, Z. (2010). Project portfolio management: An integrated method for resource planning and scheduling to minimize planning/scheduling-dependent expenses. *International journal of project management*. p 609-618.
- Martins, G. A.; Théophilo, C. R. (2007) *Metodologia da investigação científica para ciências sociais aplicadas*. São Paulo: Editora Atlas.
- Martin, P.; Shmoys, D. B. (1996). A new approach to computing optimal schedules for the job-shop scheduling problem. In: W. H. Cunningham; S. T. McCormick; M. Queyranne (Orgs.); *Integer Programming and Combinatorial Optimization, Lecture Notes in Computer Science*. p.389–403, 1996. Springer Berlin Heidelberg. Disponível em: [http://link.springer.com/chapter/10.1007/3-540-61310-2\\_29](http://link.springer.com/chapter/10.1007/3-540-61310-2_29). Acesso em: 13/6/2014.
- Mendes, J. J. M. (2003). *Sistema de apoio à decisão para planejamento de sistemas de produção tipo projecto*. 2003. 256 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- Müller, G. I.; Rodrigues, A. G.; Gómez, A.T. (2006). Um modelo baseado na busca tabu aplicado ao problema do escalonamento do job-shop com setup e data de entrega. *Hifen*, vol. 30.



## III Simpósio Internacional de Gestão de Projetos (III SINGEP) II Simpósio Internacional de Inovação e Sustentabilidade (II S2IS)

- Nowicki, E.; Smutnicki, C. (1996). A Fast Taboo Search Algorithm for the Job Shop Problem. *Management Science*, v. 42, n. 6, p. 797–813.
- Pacheco, R.F.; Santoro, M.C. (1999). Proposta de classificação hierarquizada dos modelos de solução para o problema de job shop scheduling. *Gestão e produção*, Revista do Departamento de Engenharia de Produção, Universidade de São Carlos, p. 1-15.
- Pinto, J. K.; Kharbanda, O. P. (1996). How to fail at project management (without really trying). *Software Management*, v. 39, cap. 4, p. 45-53.
- Pressman, R. S. (2006). *Engenharia de software*. São Paulo: Makron Books.
- PMI (Project Management Institute). (2008). *A guide to the project management body of knowledge: PMBOK guide*. 4. ed. Newton Square: Project Management Institute.
- Reeves, C. (1994). *Genetic algorithms and neighbourhood search*. Leeds: Evolutionary Computing.
- Severino, A. J. (2007) *Metodologia do trabalho científico*. São Paulo: Cortez.
- Shenhar, A.; Dvir, D. (2010). *Reinventando gerenciamento de projetos: a abordagem diamante ao crescimento e inovação bem-sucedidos*. São Paulo: Makron Books.
- Vasconcelos, R. V. J. C., Ferreira Filho, V. J. M. (2007). “Algoritmo Genético para o Problema de Scheduling de Projetos com Restrição de Recurso: Uma aplicação em Operações em Poços de Petróleo”, *Anais do XXXVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- Vergara, S. C. (2013). *Projetos e relatórios de pesquisa em administração*. Atlas, São Paulo.
- Yin, R. (2010). *Estudo de Caso – Planejamento e Métodos*. 4. ed. São Paulo: Bookman.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, v.8, cap. 3, p. 338-353.